Antenne und Reichweite.

K.Fränz, Berlin

Der Einfluss der Antennendimensionierung auf die Reichweite lässt sich bei Ultrakurzwellen und noch kürzeren Wellen in besonders einfacher Weise übersehen. Ein strenges System von Begriffen und Formeln, das zugleich seiner Einfachheit wegen für Ueberschlagsbetrachtungen gut brauchbar ist, soll im folgenden dargestellt werden. Die Antennen werden im wesentlichen durch ihre Absorptionsfläche charakterisiert unabhängig davon, ob man sie zum Senden oder Empfangen benutzt. Die Zweckmässigkeit des Schemas erkennt man am einfachsten an Hand eines Beispiels, wir wählen dazu die Ableitung der bekannten Formel für die Rückstrahlreichweite.

Zunächst führen wir den Begriff der Absorptionsfläche ein. Sie ist definitionsgemäss diejenige gedachte Fläche F, durch die eine ebene Welle soviel Energie transportiert, wie man ihr mittels der Antenne höchstens (nämlich bei Anpassung) entziehen kann. Zur Veranschaulichung könnte man sich vorstellen, dass die Absorptionsfläche einen optischen Schatten wirft, sodass im Schattengebiet gerade die von der Antenne im Höchstfalle verschluckte Leistung fehlt. Sei S die Leistungsdichte am Empfangsort, die wir in Watt/m^2 messen können, so wird die dem Empfänger angebotene Leistung

$$N_s = S \cdot F_e, \qquad (1)$$

wenn wir mit F_e die Absorptionsfläche der Empfangsantenne bezeichnen. Messen wir F_e im m^2, so erhalten wir Ne in Watt. Diese dem Empfänger angebotene Leistung ist es nun gerade, die man als Mass für die Empfängerempfindlichkeit bei kurzen Wellen benutzt [1].

Die vielfältigen Analogien zwischen Sendung und Empfang elektrischer Wellen, deren bekannteste das sogenannte Reziprozitätstheorem der drahtlosen Telegraphie ist, legen die Vermutung nahe, dass die Absorptionsfläche einer Antenne nicht nur für ihre Empfangseigenschaften, sondern auch für ihre Sendereigenschaften eine einfache Bedeutung hat. Sei N_s die Strahlungsleistung und F_s die Absorptionsfläche der Sendeantenne, so ergibt sich für die Leistungsdichte S an einem Empfangsort im Abstand r bei Ausbreitung im freien Raum

$$S = N_s \cdot \frac{F_s}{r^2 \lambda^2} \qquad (2)$$

und damit für die gesamte Energieübertragung

$$N_e = N_s \frac{F_s F_e}{r^2 \lambda^2} \qquad (3)$$

Bei Langwellen benutzt man an Stelle der Leistungsdichte S die Feldstärke $\mathfrak{E}$, an Stelle der Absorptionsfläche F_e die Effektivhöhe h und an Stelle des Leistungsbedarfes N_e den Spannungsbedarf E des Empfängers, der einem bestimmten Verhältnis von Signalspannung zu Rauschspannung am Empfängerausgang entspricht. Vergleichen wir in Tabelle 1 die beiden Schemata, deren jedes in seinem Wellenlängenbereich zweckmässig ist, so erkennen wir zunächst den formalen Vorteil des Kurzwellensystems, der sich daraus ergibt, dass einheitlich in Leistungen gerechnet wird. Es können sich niemals Zweifel über die zu verwendenden Masseinheiten ergeben. Dass die Zahlenfaktoren in den Kurzwellenformeln (1), (2) und (3) obendrein alle gleich 1 sind, ist eine angenehme Zugabe. Dagegen sind die Zahlenfaktoren in der Feldstärkeformel noch davon abhängig, ob man N_s in Watt oder Kilowatt rechnet usw., was für das Gedächtnis höchst unbequem ist.

Tabelle 1

Grundformeln für die Berechnung der Reichweite drahtloser Verbindungen.

Langwellen			Kurzwellen		
Senderleistung	N_s	W	Senderleistung	N_s	W
Leistungsgewinn durch Bündelung der Sende-Antenne	g	-	Absorptionsfläche der Sende-Antenne	F_s	m^2
Effektivhöhe der Empfänger-Antenne	h	m	Absorptionsfläche der Empfangsantenne	F_e	m^2
Spannungsbedarf des Empfängers	E	V	Leistungsbedarf des Empfängers	N_e	W

Langwellen:

$$E_{(V/m)} = \frac{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{g\cdot N_{s(W)}}}{r_{(m)}}$$

$$E_{(V)} = \sqrt[3]{5}\;\frac{h}{r}\sqrt{g\cdot N_{s(W)}}$$

$$h_D = \frac{2\lambda}{\pi}\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{2L}{\lambda}\right)}{\sin\left(\pi\,\frac{2L}{\lambda}\right)}$$

h_D = Effektivhöhe eines Dipols der Länge 2L im freien Raum

Kurzwellen:

$$S = N_s\,\frac{F_s}{r^2\lambda^2}$$

$$N_e = N_s\,\frac{F_s F_e}{r^2\lambda^2}$$

$$F_D = \frac{3}{8\pi}\,\lambda^2$$

F_D = Absorptionsfläche des Elementardipols (Länge sehr klein gegen λ)

Für den Zusammenhang zwischen Antenne und Reichweite ist aber gerade die Tatsache wichtig, dass bei vielen technischen Antennen die Absorptionsfläche in einfacher Weise mit der geometrischen Fläche der Antenne zusammenhängt. Zum Beispiel ist die Absorptionsfläche einer Tannenbaumantenne gerade gleich ihrer geometrischen Fläche [2]. Nach Messungen von Stützer kann beim Rotationsparabol die Absorptionsfläche bis zu 0,8 der geometrischen Fläche betragen [3]. Nach Messungen von Southworth ist sie bei richtig dimensionierten Hornstrahlern wenig grösser als die geometrische Fläche [4]. Für viele weitere Antennen ist der Zusammenhang zwischen Geometrie und Absorptionsfläche bekannt [2].

Wir wollen noch eine Ableitung für die Formel

$$S = N_s \frac{F_s}{r^2 \lambda^2}$$

geben. Und zwar wollen wir sie aus bekannteren Formeln herleiten. Es genügt, sie für einen Elementardipol zu beweisen; denn wenn sie überhaupt für eine Antenne gilt, gilt sie für alle Antennen. Den Uebergang zwischen den Langwellen- und den Kurzwellenformeln der Tabelle 1 vermittelt die Formel

$$S = \frac{\mathfrak{E}^2}{120\pi} \qquad (4)$$

wobei S in Watt/m^2 und $\mathfrak{E}$ in V/m zu rechnen ist. Der Strahlungswiderstand eines Elementardipols beträgt

$$R_s = 80\pi^2 (h/\lambda)^2 \Omega, \qquad (5)$$

und die ihm maximal entnehmbare Energie wird

$$N_e = \frac{E^2}{4R_s} = \frac{h^2}{4 \cdot 80\pi^2 (h/\lambda)^2} = \frac{S \cdot 120 \cdot h^2}{4 \cdot 80\pi^2 (h/\lambda)^2} = S \frac{3}{8\pi} \lambda^2 = SF_d$$

also ist die Absorptionsfläche des Elementardipols

$$F_d = 3/8\pi \lambda^2.$$

Strahlt man die Strahlungsleistung N_s über einen Elementardipol aus, dessen Strahlungsdiagramm cos ϑ ist, so ergibt sich durch Integration über die Kugel mit dem Oberflächenelement

$$db = r^2 \; d\Omega ;$$

$$N_s = r^2 \; S \int \cos^2 \vartheta \, d\Omega = 8\pi/3 \; r^2 \; S$$

$$S = N_s \; 3/8\pi \; 1/r^2 = N_s \; \frac{F_d}{r^2 \lambda^2}$$

Verwendet man an Stelle des Elementardipols eine Richtantenne, so ergibt sich ein Leistungsgewinn g, und die obige Formel gilt allgemein, wenn man

$$F_s = g \; F_d$$

definiert. Das Reziprozitätstheorem verlangt die analoge Definition auch für den Empfangsfall, womit die Kurzwellenformeln der Tabelle 1 aus bekannteren Formeln hergeleitet sind.

Die Brauchbarkeit des Kurzwellenschemas wollten wir durch die Ableitung der bekannten Formel für die Rückstrahlreichweite gegen Flugzeuge demonstrieren:

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \; \sqrt[4]{z} \; \sqrt[4]{\frac{N_s}{N_e}} \; \sqrt[4]{F_s \; F_e} \qquad (6)$$

oder für den Spezialfall des Simultanbetriebes vom Sender und Empfänger an derselben Antenne mit der Absorptionsfläche F bei einer Wellenlänge von ungefähr 50 cm:

$$r \sim \sqrt[4]{\frac{N_s}{N_e}} \sqrt{F} \qquad (7)$$

Die Formeln (6) und (7) beruhen auf dem Vergleich des Rückstrahlvermögens der Flugzeuge mit dem des abgestimmten Elementardipols. Wir berechnen daher zunächst die von einem abgestimmten Elementardipol zurückgestrahlte Leistung und die zugehörige Rückstrahlreichweite und dann aus dem experimentell bestimmten Quotienten der Rückstrahlleistung des Flugzeuges und der des Elementardipols die Reichweite gegen Flugzeuge. Dieser Quotient z heisst auch Dipolzahl undist von Flugzeugtype und Wellenlänge abhängig. Der Dipol könnte maximal die Leistung

$$N' = N_s \frac{F_s F_d}{r^2 \lambda^2}$$

verbrauchen, sodass ein abgestimmter Elementardipol die vierfache Leistung

$$N_{sec} = 4N'$$

zerstreut. Der Faktor 4 rührt daher, dass man bei der Definition der Absorptionsfläche angepasste Dipole betrachtet, deren EMK mit dem Widerstand $2R_s$ belastet ist, während man es bei der Streuung mit einem kurzgeschlossenen Dipol zu tun hat, dessen EMK mit dem einfachen Streuungswiderstand R_s belastet ist. Die Empfangsleistung wird also

$$N_e = N_{sec} \frac{F_d F_e}{r^2 \lambda^2} = 4N_s \frac{F_s F_e}{r^4} \frac{F_d^2}{r^4} = \frac{1}{16} \left(\frac{3}{\pi}\right)^2 N_s \frac{F_s F_e}{r^4}$$

nach r aufgelöst ergibt sich näherungsweise

$$r \sim 0{,}5 \sqrt[4]{z} \sqrt[4]{\frac{N_s}{N_e}} \sqrt[4]{F_s F_e}$$

Bei Simultanbetrieb von Sender und Empfänger an einer Antenne und bei Wellenlängen von ungefähr 50 cm (nach Messungen von Bachem /5/ gilt dann $z \sim 16$) findet man schliesslich die bekannte Formel:

$$r \sim \sqrt[4]{\frac{N_s}{N_e}} \sqrt{F}.$$

Die Reichweitenformeln gelten zunächst für Ausbreitung im freien Raum; bei Ausbreitung über der Erde hat man die Reichweiten mit dem sogenannten Schwächungsfaktor zu multiplizieren; darunter versteht man den Quotienten aus der tatsächlichen Feldstärke und derjenigen, die sich bei Ausbreitung im freien Raum ergeben würde. Bei Reichweiten innerhalb der optischen Sicht besteht gute Uebereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Schwächungsfaktoren.

Schrifttum.

1.) K. Fränz: Zs. für Hochfrequenztechnik. 59(1942)105 und 143.

2.) K.Fränz: Zs. für Hochfrequenztechnik. 54(1939)198.
Telefunken-Mitteilungen. 1940.Mai-Heft, S.49.
Jahrbuch der Deutschen Luftfahrtforschung 1942.

3.) O. Stützer: Aus Flugfunk-Forschung und Hochfrequenttechnik, erschienen 1942 ZWB des GL Berlin-Adlershof.

4.) G.C.Southworth und A.P. King: P.I.R.E. 27(1939)95.

5.) Ch.Bachem: Aus Flugfunk-Forschung und Hochfrequenztechnik, Zentralstelle für wissenschaftliches Berichtswesen (ZWB), Berlin-Adlershof.